

דמיון משולשים - מבוא

דמיון משולשים הוא נושא נפרד מחפיפת משולשים, אך מכיל בתוכו מספר כלים אשר בהם אנו נעזרים גם בחפיפה.

מה בעצם אנחנו רוצים לדעת בדמיון משולשים?

- יחס של גודל בין משולש אחד למשולש שני.

מה מגדיר משולשים דומים?

משולשים דומים בעלי 2 זוגות זוויות שוות לפחות
משולשים דומים מקיימים יחס קבוע בין אורכי הצלעות

ההבדלים בין דמיון משולשים לחפיפת משולשים

בין דמיון משולשים לחפיפת משולשים ישנם מספר הבדלים:

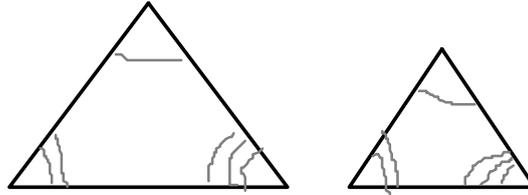
1. עלינו לקבוע בחפיפה כי המשולשים הם אותם המשולשים - כלומר, אם נניח אותם אחד על השני, נבחין במשולש אחד בלבד. לעומת זאת, בדמיון משולשים עלינו לקבוע כי זוג משולשים מקיימים יחס גודל מסוים ביניהם, כלומר, בין כל אורכי הצלעות שלהם מתקיים יחס קבוע.
2. כאשר אנו רוצים לכתוב בכתוב מתמטי חפיפה, אנו ניעזר בסימן \cong . לעומת זאת, כאשר אנו רוצים לכתוב בכתוב מתמטי דמיון, אנו ניעזר בסימן \sim .
3. משולשים הם חופפים בוודאות בתנאי שהם מקיימים את המשפטים צ.צ.ז, ז.צ.ז או צ.ז.צ. לעומת זאת, משולשים הם דומים בוודאות בתנאי שכל הזוויות במשולש הראשון שוות לכל הזוויות במשולש השני, וכל צלעות המשולש הראשון גדולות או קטנות לפי יחס קבוע מצלעות המשולש השני.
4. צלעות מתאימות הם מושג שקיים ב-2 הנושאים, אך במשמעות שונה - בחפיפה: צלעות מתאימות שוות בין 2 ישרים מקבילים וישר שלישי אשר חותך אותם. בדמיון: צלעות מתאימות הם זוג צלעות הממוקמות מול אותה הזווית ב-2 המשולשים.

כיצד בודקים האם משולשים הם דומים

על מנת לבדוק האם משולשים דומים, עלינו למצוא כי כל הצלעות במשולש אחד שוות לכל הצלעות במשולש השני, וכי הצלעות הממוקמות מול אותה זווית ב-2 המשולשים מקיימות יחס גודל קבוע ביניהן.

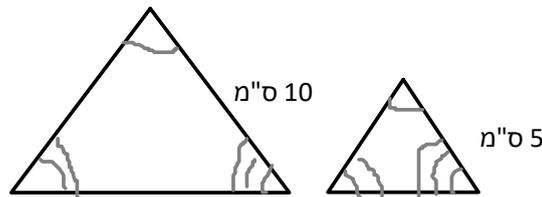
כיצד עושים זאת?

כאשר אנו מבחינים בזוג משולשים נבדוק האם כל הזוויות של המשולשים שוות.



לאחר מכן, נבדוק את הנתונים. אם לא נתונים לנו לפחות 2 אורכי צלעות, אנו לא יכולים לקבוע כי המשולשים דומים.

אם יש נתונים ל-2 אורכי הצלעות, הממוקמים מול אותה הזווית, נמצא את היחס ביניהן.



משום ש-2 הצלעות ממוקמים מול אותה הזווית, אנו יכולים להגיד כי אלו צלעות מתאימות - הצלעות ביניהם מתקיים היחס הקבוע.

כעת נמצא את היחס, או בשמו הגיאומטרי - יחס הדמיון. ניקח את הנתון הגדול יותר, ואותו נרשום קודם ביחס.

10:5. כעת עלינו לצמצם את יחס הדמיון ככל הניתן. 2:1

הערה חשובה: אין להשמיט את המספר אחד ביחס הדמיון, כיוון שהוא מהווה חלק חשוב מן התשובה.

כעת אנו יכולים להסיק כי כל הצלעות מקיימות את היחס 2:1, כלומר, על כל 2 ס"מ במשולש הגדול יש ס"מ אחד במשולש הקטן.

שטחים והיקפים

לפי ההיגיון, אנו יכולים להניח כי אם קיים יחס קבוע בין כל צלעות המשולשים הדומים, אז גם קיים יחס קבוע בין ההיקפים שלהם, ויחס קבוע בין השטחים שלהם.

יחס ההיקפים, משום שהיקף הוא סכום כל אורכי הצלעות, שווה ליחס הדמיון.

מה הכוונה?

אם יחס הדמיון שלנו הוא 2:1, והיקף המשולש הקטן הוא 4 ס"מ, אז נוכל לדעת כי על כל ס"מ של היקף המשולש הקטן ישנם 2 ס"מ בהיקף המשולש הגדול, ולכן היקף המשולש הגדול הוא 8 ס"מ.

יחס השטחים, משום ששטח הוא כפל בין הגובה לבסיס חלקי 2, שווה ליחס הדמיון בריבוע.

מה הכוונה?

אם יחס הדמיון שלנו הוא 2:1, ושטח המשולש הקטן הוא 10 סמ"ר, אז נוכל לדעת כי היחס בין השטחים הוא $2^2:1^2$

לפיכך, היחס בין השטחים הוא 4:1, ולכן שטח המשולש הגדול הוא 40 סמ"ר.

תופעות אלו מהוות גם נימוקים בהוכחת דמיון בתצורה הבאה:

יחס בין ההיקפים שווה ליחס הדמיון
יחס בין השטחים שווה ליחס הדמיון בריבוע

הוכחת דמיון משולשים

כמו בחפיפה, גם בדמיון משולשים אנו נעזרים בטבלת טענה ונימוק על מנת להוכיח כי משולשים דומים.

מטרתנו בהוכחת דמיון היא להגיע לטענה ולנימוק עבור [הקריטריונים הדרושים למשולשים דומים](#).

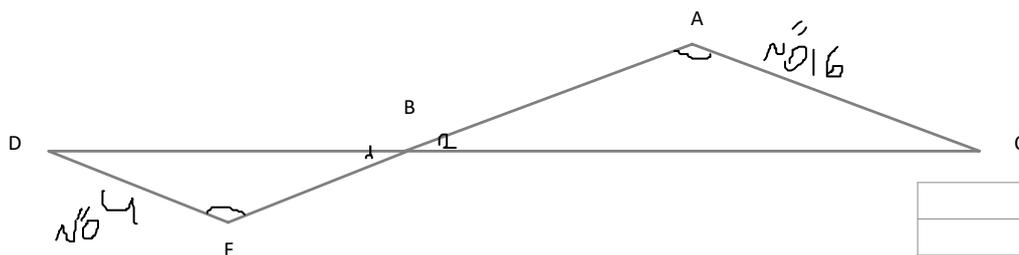
אילו נימוקים עלינו לדעת?

- נימוקי תופעות גיאומטריות אותם אנו למדנו גם בחפיפה (זוויות צמודות, קודקודיות וכו')

- נימוקי דמיון משולשים: על מנת לנמק מדוע לטענתנו זוג משולשים דומים, עלינו להיעזר בנימוק לפי משפט דמיון זווית זווית (ז.ז).
נימוקים נוספים שאנו עשויים להיעזר בהם הם יחס ההיקפים שווה ליחס הדמיון, ויחס השטחים שווה ליחס הדמיון בריבוע.

איך זה נראה בטבלה?

הוכיחו כי המשולשים דומים



| טענה | נימוק |
|------------------------------|------------------------------|
| $4a = 4f$ | נתון |
| $4b_1 = 4b_2$ | זוויות קודקודיות שוות זו לזו |
| $DF = 4$ | נתון |
| $AC = 16$ | נתון |
| יחס הדמיון הוא 4:1 | $16:4 = 4:1$ |
| $\Delta ABC \sim \Delta FBD$ | לפי משפט דמיון ז.ז. |

הערה: אם אנו יודעים כי זוג הצלעות הם מול אותה הזווית, ניתן לסמן את הצלעות הללו באותו הצבע, ואף לקרוא להן "צלעות מתאימות"